

TP3 : La convolution et la transformée de Fourier.

Fabien PIERRE

fabien.pierre@math.u-bordeaux1.fr

<http://sites.google.com/site/fabienpierre/enseignements>

Automne 2013.

1 Questions théoriques.

- Rappelez le lien entre la convolution et la transformée de Fourier.
- Calculez la convolution de deux images grâce à la fonction `conv2` et grâce à la fonction `fft2`. Comparez le temps d'exécution.
- Soit f un signal stable de classe C^1 , i.e. continue, dérivable en tous points et de dérivée continue. Calculez le spectre de sa dérivée. Comment les propriétés du spectre sont-elles modifiées par prise de dérivée ?
- Soit f une fonction stable, et g une fonction dérivable et stable. Montrez que $f * g$ est dérivable.

2 Mise en œuvre pratique en signal.

- Créez le signal échelon défini sur $[0, 1]$ par

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0.5, 1] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Tracez son spectre.
- Créez une fonction gaussienne et tracez son spectre.
- Tracez la convoluée de l'échelon avec la gaussienne (commande `conv`). Tracez le spectre de cette nouvelle fonction.
- Vérifiez en pratique que la propriété vue entre la convolution et la transformée de Fourier est bien vérifiée.
- Faites de même en remplaçant la fonction échelon par la fonction '`Piece-Regular`' fournie par la fonction `MakeSignal`.

3 Dérivées successives de gaussiennes.

- Créez une fonction gaussienne et tracez son spectre.
- Tracer la dérivée de la gaussienne et observer son spectre. Faire de même pour la dérivée seconde.
- Reprenez les opérations précédentes avec la fonction '`Piece-Regular`' ainsi que sa convoluée avec la fonction gaussienne. Concluez.

4 Convolution en traitement d'image.

- Créez la gaussienne 2-D $f(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}}$.
- Tracez là avec `imagesc`, pour plusieurs valeurs de σ et tracez son spectre de la même façon.

- Convoluez-la avec une image (lena par exemple). Tracez (toujours avec `imagesc`) la convoluée pour plusieurs valeur de sigma. Observez le spectre de l'image convoluée et observez l'influence de σ sur l'image et sur le spectre.
- Refaites les étapes précédentes avec la dérivée partielle de la gaussienne par rapport à chacune des directions.
- Bruitez l'image avec un bruit gaussien et observez l'effet du bruit sur l'image et sur le spectre.
- Convoluez l'image bruitée avec la gaussienne. Observez l'effet de la convolution sur l'image et sur le spectre.
- Convoluez l'image bruitée avec la dérivée de la gaussienne. Observez cette image et son spectre.